



CONCURSUL DE MATEMATICĂ
FLORICA T. CÂMPIAN
ETAPA INTERJUDEȚEANĂ, 11 MARTIE 2017

EDIȚIA A XVII-A

Clasa a VIII-a
BAREM DE CORECTARE

SUBIECTUL I

Andrei și Florin au pe masă 200 de cubulețe din lemn având toate aceeași muchie de lungime 1. Andrei vrea să construiască un cub, iar Florin un paralelipiped dreptunghic, folosind, fiecare, același număr de cubulețe.

- Câte cubulețe trebuie să folosească cei doi copii pentru a construi cubul și paralelipipedul (găsiți toate variantele posibile)?
- În condițiile date, Florin construiește un paralelipiped dreptunghic cu muchiile diferite de 1 (cubuleț), distincte două câte două, apoi marchează cu y fețele cubulețelor situate în exteriorul paralelipipedului, cu excepția fețelor situate dedesubt (în contact cu masa). Care este numărul minim de cubulețe marcate? În acest caz câte cubulețe au exact 2 fețe marcate?
- Andrei marchează și el cu x fețele cubulețelor care formează cubul construit de el după același procedeu, apoi dezmembrează cele două corpuri și amestecă toate cubulețele existente la început. Care este probabilitatea ca alegând un cubuleț, din toate cele de pe masă, acesta să fie marcat cu x sau cu y ? Care este probabilitatea ca acesta să aibă exact trei fețe marcate x sau cu y ?

a)

Cubul lui Andrei are:	Florin construiește paralelipipedul dreptunghic cu dimensiunile	Total cubulețe folosite
Muchia egală cu 2 \Rightarrow folosește 8 cubulețe	1, 2, 4 sau 1, 1, 8 \Rightarrow folosește 8 cubulețe	16 cubulețe < 200 1 p
Muchia egală cu 3 \Rightarrow folosește 27 cubulețe	1, 3, 9 sau 1, 1, 27 \Rightarrow folosește 27 cubulețe	54 cubulețe < 200 1 p
Muchia egală cu 4 \Rightarrow folosește 64 cubulețe	1, 1, 64 sau 1, 2, 32 sau 1, 4, 16 sau 1, 8, 8 sau 2, 2, 16 sau 2, 4, 8 \Rightarrow folosește 64 cubulețe	128 cubulețe < 200 1 p
Muchia egală cu 5 \Rightarrow folosește 125 cubulețe	-	250 cubulețe > 200 1 p

b)

- $h = 2, l = 4, L = 8 \Rightarrow$ sunt marcate $20 + 32 = 52$ cubulețe 2p
- $h = 4, l = 2, L = 8 \Rightarrow$ sunt marcate 64 cubulețe 1p
- $h = 8, l = 2, L = 4 \Rightarrow$ sunt marcate 64 cubulețe 1p

Finalizare: 52 cubulețe 1p

c)

Marchează $12+12+12+16=52$ cubulețe cu x 2p

$P = \frac{104}{200} = 52\%$ 1p

$P = \frac{8}{200} = 4\%$ 1p

Oficiu: 2p

SUBIECTUL II

Fie $f(x) = x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24$.

a) Să se determine $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ astfel încât $f(x) = (x-a)(x-b)(x-c)(x-d)$.

b) Să se determine valoarea minimă a lui $n \in \mathbb{R}$ pentru care $f(x) + n \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

c) Determinați trei perechi $(a, b), a \in \mathbb{Z} - \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$, pentru care $f(a) = f(b)$.

a)

$f(x) = (x-1)(x^3 - 9x^2 + 26x - 24)$ 2p

$f(x) = (x-1)(x-2)(x^2 - 7x + 12)$ 1p

$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$ 1p

b)

$f(x) = (x^2 - 5x + 4)(x^2 - 5x + 6)$ 1p

$f(x) = (x^2 - 5x + 5)^2 - 1$ 2p

$f(x) + n \geq 0, (x^2 - 5x + 5)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}, n - \text{minim} \Rightarrow n = 1$ 1p

c)

$f(a) = f(b) \Rightarrow a^2 - 5a = b^2 - 5b \Rightarrow (a-b)(a+b-5) = 0$ 2p

Exemple soluții: $(-1; 6); (-2; 7); (-3; 8)$ 3p

Oficiu: 2p

SUBIECTUL III

Triunghiul echilateral ABC se îndoaie de-a lungul medianei $[AD]$ astfel încât A, B, C și D să devină necoplanare. Notăm cu M, P, Q și S respectiv mijloacele segmentelor $[AB], [BD], [CD]$ și $[AC]$.

Dacă măsura unghiului determinat de dreapta PS și planul (DBC) este de 45° . Aflați măsura unghiului BDC .

Demonstrează $SQ \perp (BDC)$ 4p

Găsește $\angle(PS, (BDC)) = \angle SPQ$ 2p

Demonstrează $BC = AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, a latura triunghiului ABC 3p

Determină $m(\angle BDC) = 120^\circ$ 4p

Oficiu: 2p

Orice altă soluție corectă și completă diferită de cea din barem se notează cu punctaj maxim.